Indeterminisme en Waarschijnlijkheid In de Quantamechanica

26 November 2014

Ronnie Hermens

university of groningen

Opzet

Nog even niet.

Twee intuitieve drogredeneringen

- De quantummechanica is een probabilistische theorie.
- De quantummechanica is bovendien een fundamentele theorie.
  - De waarschijnlijkheden in de quantummechanica zijn fundamenteel.
- Het bestaan van fundamentele kansen is incompatibel met determinisme.
  - De wereld is indeterministisch.

- Determinisme impliceert het bestaan van verborgen variabelen.
- De schending van Bell-ongelijkheden impliceert de onmogelijkheid van *lokale* verborgen variabelen theoriën.
- (Speciale) relativiteitstheorie impliceert de onmogelijkheid van niet-lokale effecten.
  - Verborgen variabelen zijn onacceptabel.
  - Determinisme is onacceptabel.

Welgefeliciteerd!

Physics Vol. 1, No. 3, pp. 195–200, 1964 Physics Publishing Co. Printed in the United States

ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX*

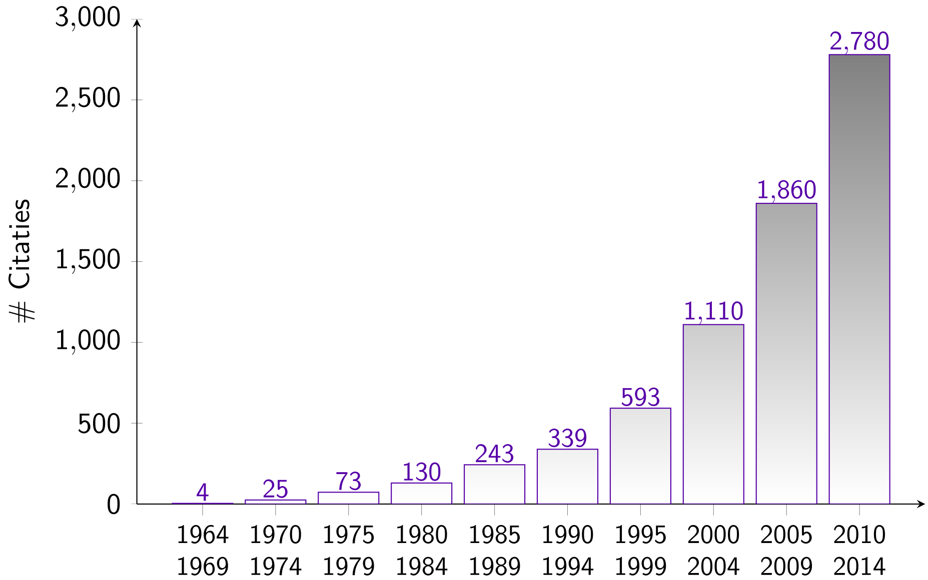
J. S. BELL†
Department of Physics, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin

(*Received 4 November* 1964)

I. Introduction

THE paradox of Einstein, Podolsky and Rosen [1] was advanced as an argument that quantum mechanics could not be a complete theory but should be supplemented by additional variables. These additional variables were to restore to the theory causality and locality [2]. In this note that idea will be formulated mathematically and shown to be incompatible with the statistical predictions of quantum mechanics. It is the requirement of locality, or more precisely that the result of a measurement on one system be unaffected by operations on a distant system with which it has interacted in the past, that creates the essential difficulty. There have been attempts [3] to show that even without such a separability or locality requirement no "hidden variable" interpretation of quantum mechanics is possible. These attempts have been examined elsewhere [4] and found wanting. Moreover, a hidden variable interpretation of elementary quantum theory [5] has been explicitly constructed. That particular interpretation has indeed a grossly non-local structure. This is characteristic, according to the result to be proved here, of any such theory which reproduces exactly the quantum mechanical predictions.

Citaties voor Bell volgens Google



Waar gaat Bell's ongelijkheid eigenlijk over?

$$\text{Aanname } 1 \wedge \ldots \wedge \text{Aanname n} \wedge \text{QM} \rightarrow \perp$$

Earman (1986): "$\text{Lokaliteit} \wedge \text{X} \wedge \text{QM} \rightarrow \perp$"

> *De rol van lokaliteit is in eerste instantie misleidend. [...] De onmogelijkheid komt van [de aanname] X – het bestaan van een faseruimte representatie – onafhankelijk van het al dan niet lokaal zijn van de Natuur.*

Maudlin (2014):

> *Wat de stelling van Bell, samen met de experimentele resultaten, aantoont onmogelijk te zijn, is niet determinisme of verborgen variabelen of realisme, maar lokaliteit, en wel in een volledig heldere zin. Wat Bell bewees, en wat de theoretische fysica nog niet goed geabsorbeerd heeft, is dat de fysische wereld zelf niet-lokaal is.*

Opzet

- Een mogelijke connectie tussen determinisme en de stelling van Bell.

  De afleiding van Cator & Landsman (2014).
- Is het echt mogelijk om alleen lokaliteit als aanname te nemen?

  De versie van Maudlin (2014).

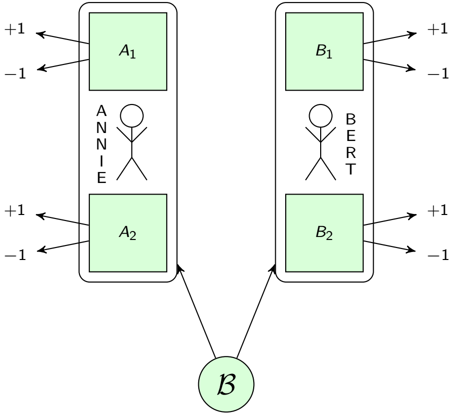
Als er heel toevallig tijd over is:

- En hoe zit het met de rol van kansen?

  Een versie à la Clauser & Horne (1974).

Bell volgens Cator & Landsman

De opzet:



De stelling:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Determinisme} \wedge \text{Kanstheorie} \wedge \text{QM} \wedge \\ \text{Parameter Onafhankelijkheid} \wedge \text{Vrijheid}\end{array}\right\} \rightarrow \perp$$

Bell volgens Cator & Landsman 2

Determinisme Er is een verzameling Ω met functies $M_{A,B} : \Omega \to \mathcal{M}_{A,B}$, $U_{A,B} : \Omega \to \{-1, 1\}$, zodat iedere $\omega \in \Omega$ bepaalt welke experimenten worden uitgevoerd en wat de meetresultaten zijn.

Kanstheorie Ω kan opgepimpt worden tot een kansruimte $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$.

$$
\begin{tikzcd}
\mathcal{M}_A \times \mathcal{Z} \arrow[d, "\hat{M}_A"'] & \mathcal{M}_A \times \mathcal{M}_B \times \mathcal{Z} \arrow[l] \arrow[r] & \mathcal{M}_B \times \mathcal{Z} \arrow[d, "\hat{M}_B"] \\
\{-1, 1\} & \Omega \arrow[l, "U_A"] \arrow[r, "U_B"'] \arrow[u, "{(M_A, M_B, Z)}"'] & \{-1, 1\}
\end{tikzcd}
$$

Parameter Onafhankelijkheid Er is een verzameling $\mathcal{Z}$ met functies $Z : \Omega \to \mathcal{Z}$ en $\hat{M}_{A,B} : \mathcal{M}_{A,B} \times \mathcal{Z} \to \{-1, 1\}$ zodat het bovenstaande diagram commuteert.

Vrijheid Voor iedere toelaatbare $\mathbb{P}$ zijn (M_A, M_B, Z) onafhankelijk.

Bell volgens Cator & Landsman 3

De aannamen Determinisme, Kanstheorie, Parameter Onafhankelijkheid en Vrijheid samen impliceren de Bell-ongelijkheid

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(U_A = U_B | M_A = A_1, M_B = B_1) \leq\, & \mathbb{P}(U_A = U_B | M_A = A_1, M_B = B_2) \\ & + \mathbb{P}(U_A = U_B | M_A = A_2, M_B = B_1) \\ & + \mathbb{P}(U_A = U_B | M_A = A_2, M_B = B_2)\end{aligned}$$

Cator & Landsman vs Maudlin

Bell volgens Cator & Landsman:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Determinisme} \wedge \text{Kanstheorie} \wedge \text{QM} \wedge \\ \text{Parameter Onafhankelijkheid} \wedge \text{Vrijheid}\end{array}\right\} \to \perp$$

Maudlin's versie:

$$\text{Lokaliteit} \wedge \text{QM} \to \perp$$

Na reconstructie:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Gelokaliseerd Realisme} \wedge \text{Fysische Eigenschappen} \wedge \\ \text{EPR Lokaliteit} \wedge \text{QM Correlaties} \wedge \text{Kanstheorie}\end{array}\right\} \to \perp$$

Bell volgens Maudlin

Gelokaliseerd Realisme Er zijn verzamelingen $\mathcal{Z}_A, \mathcal{Z}_B$ van mogelijke toestanden van de deelsystemen.
Fysische Eigenschappen Wanneer de uitkomst van een meting van M_{A_i}, M_{B_j} voorspeld kan worden zonder het systeem te beïnvloeden, dan is deze uitkomst ook opgenomen in de toestand z_A, z_B.

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{Z}_A \arrow[d, shift right, "\hat{M}_{A_1}"'] \arrow[d, shift left, "\hat{M}_{A_2}"] & & \mathcal{Z}_B \arrow[d, shift right, "\hat{M}_{B_1}"'] \arrow[d, shift left, "\hat{M}_{B_2}"] \\
\{-1, 1\} & \mathcal{Z}_A \times \mathcal{Z}_B \arrow[ul] \arrow[ur] & \{-1, 1\}
\end{tikzcd}$$

EPR Lokaliteit Metingen verricht aan systeem A hebben geen instantane invloed op de toestand van systeem B en vice versa.
QM Correlaties Er is een preparatie van de systemen zodat voor iedere M_{B_j} er een M_{A_i} is zodat de uitkomst van M_{B_j} exact voorspeld kan worden m.b.v. de uitkomst van M_{A_i}.

Bell volgens Maudlin

Kanstheorie De verzameling $\mathscr{Z}_A \times \mathscr{Z}_B$ kan opgepimpt worden tot een kansruimte.

Voor iedere kansfunctie die **Correlaties** respecteert geldt

$$\mathbb{P}(\hat{M}_{A_1} = \hat{M}_{B_1}) \leq \mathbb{P}(\hat{M}_{A_2} = \hat{M}_{B_1}) + \mathbb{P}(\hat{M}_{A_1} = \hat{M}_{B_2}) + \mathbb{P}(\hat{M}_{A_2} = \hat{M}_{B_2})$$

Hoeveel tijd hebben we nog?

Een stochastiche Bell ongelijkheid

$$\left.\begin{array}{r}\text{Stochastische Toestanden} \wedge \text{Kanstheorie} \wedge \\ \text{Bron Onafhankelijkheid} \wedge \textsf{Bell-Lokaliteit} \wedge \text{QM}\end{array}\right\} \rightarrow \perp$$

Een stochastische Bell ongelijkheid 2

Stochastische Toestanden Er is een verzameling Ω zodat iedere $\omega \in \Omega$ voor ieder paar mogelijke metingen M_{A_i}, M_{B_j} een kansverdeling $\mathbb{P}_{A_i,B_j}(.|\omega)$ op $\{-1,1\} \times \{-1,1\}$ bepaalt.

Kanstheorie Voor ieder paar mogelijke metingen M_{A_i}, M_{B_j} is er een kansmaat μ_{A_i,B_j} op Ω.

$$\mathbb{P}_{A_i,B_j}(U_A = U_B) = \int \mathbb{P}_{A_i,B_j}(\{(-1,-1),(1,1)\}|\omega) d\mu_{A_i,B_j}(\omega).$$

Bron Onafhankelijkheid $\mu_{A_i,B_j} = \mu_{A_{i'},B_{j'}} \equiv \mu$.

Bell-Lokaliteit

$$\mathbb{P}_{A_i,B_1}(U_A = x | U_B = y_1, \omega) = \mathbb{P}_{A_i,B_2}(U_A = x | U_B = y_2, \omega).$$

$$\mathbb{P}_{A_1,B_1}(U_A = U_B) \leq \mathbb{P}_{A_1,B_2}(U_A = U_B) + \mathbb{P}_{A_2,B_1}(U_A = U_B) + \mathbb{P}_{A_2,B_2}(U_A = U_B).$$

Wat iimpliceert een schending van Bell-Lokaliteit?

$$\mathbb{P}_{A_i,B_1}(U_A = x|U_B = y_1, \omega) \neq \mathbb{P}_{A_i,B_2}(U_A = x|U_B = y_2, \omega).$$

- Klassieke kansen: Er is een onderliggende structuur die de waarden van alle variabelen vaststeld (fase-ruimte).
- De kansen zijn geneigdheden (propensities) gelokaliseerd in systemen.
- De kansen zijn normatieve graden van geloof afkomstig van een Humeaans "beste systeem".
- De kansen zijn graden van geloof voor Annie en Bert. De kansfunctie voor Annie veranderd niet door een meting van Bert.

Conclusies

- Het is niet duidelijk dat de stelling van Bell in welke variant dan ook een specifieke fysische aanname uitsluit.
- Wie belang hecht aan determinisme is meer gebaat bij de analyse van Cator en Landsman.
- Wie overtuigd is van de analytische waarheden van Maudlin dient zich te verdiepen in de mogelijke manieren waarop EPR-lokaliteit geschonden kan worden, en hoe dit te verenigen is met o.a. de speciale relativiteitstheorie.
- Wie de orthodoxe formulering van de quantummechanica op zichzelf probeert te interpreteren is het meest gebaat bij de laatste analyse, die de interpretatie van kansen en golffuncties op de proef stelt.